5. ソリトンとSmC*－SmC相境界 名大工 山下 護
6. トポロジカルな非線型励起と相転移 阪大教養 川村 光
7. Ising-Heisenberg chainにおけるソリトン的励起 東北大工 猪苗代 盛

生体系のソリトン

1.*) 神経波解について 広大理 三村昌泰
2. スーパーヘリクスDNAの理論 東大教養 鶴 秀生，和達三樹
3. Solitary excitations in muscle contraction 椙山女学園大 右衛門 佐重雄
4. Polypeptide系と分子結晶におけるvibron soliton 京工繊大工芸 武野正三

classical solitons II.

1. Burgers-Hopf方程式系の佐藤理論による取扱い 早大理工 原田 等
2. KdV方程式の一般的座標変換 広大工 伊藤雅明

3月16日（土）

渦のダイナミクス

1. 二次元非線型波動系のトポロジカルな渦のダイナミクス 京大工 石森勇次

ソリトンとカオス

1.*) カオスとフラクタル形成について 京大理 畑 政義
2. 駆動された非線型Schrödinger方程式における低次元カオス
名大理 野崎一洋，戸次直明
3. 反応拡散系における衝突波動 大阪教育大 古賀真史

まとめ 東大教養 和達三樹

*)：総合講演

非線型格子の特性関数

戸田盛和

一般に

$$F(\alpha)=\int e^{-\alpha f(x)}\,dx=\int e^{-\alpha f}\,df\Big/\left(\frac{df}{dx}\right) \tag{1}$$

は $(df/dx)^{-1}$ の特性関数である．そこで非線形格子ポテンシャル

$$\phi(r) = e^{-r} - 1 + r \tag{2}$$

に対する特性関数として

$$Q(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z\phi(r)} dr \tag{3}$$

を考える．簡単な変数変換により

$$Q(z) = e^{z} z^{-z} \Gamma(z) \tag{4}$$

ここで$\Gamma(z)$はガンマ関数である．さらにBinetの第２公式[1)]により

$$\log \Gamma(z) = \log(z^{z} e^{-z}) + \log\sqrt{\frac{2\pi}{z}} + 2\int_{0}^{\infty} \frac{\arctan(t/z)}{e^{2\pi t} - 1} dt \tag{5}$$

これを(4)に代入すると

$$Q(z) = \sqrt{\frac{2\pi}{z}} \exp\left[-\frac{1}{2}\int_{0}^{1} \log\{1 - e^{-2\pi z \tan(\pi x/2)}\} dx\right] \tag{6}$$

を得る．ここで公式

$$\exp\left[\int_{0}^{1} \log f(x)\, dx\right] = \lim_{n\to\infty}\left[\prod_{r=1}^{n} f\left(\frac{r}{n}\right)\right]^{1/n} \tag{7}$$

を用いると

$$\boxed{\sqrt{\frac{z}{2\pi}}\, Q(z) = \lim_{N\to\infty}\left[\prod_{r=1}^{N}\left\{1 - \exp\left(-2\pi z \tan\frac{\pi r}{2N}\right)\right\}\right]^{-1/2N}} \tag{8}$$

を得る．次の点が問題である．

(1)　Binet の公式はModern Analysisにあるように証明が大変めんどうであるが，(8)式，あるいはこれに類する式をより簡単に導く方法はないか．

(2)　z の関数として $\Gamma(z)$ と(8)式とは解析的な性質が大変異なっているように見えるが，その関係はどうなのか．

(3)　線形格子は $z \gg 1$ の極限と考えることができる．この極限で(8)の右辺は１になる．非線形格子の励起（エネルギー準位）のほかに非線形のポテンシャルに励起

$$U(n_1, n_2, \cdots, n_N) = \sum_{r=1}^{N} n_r\, 2\pi \tan\frac{\pi r}{2N} \qquad (n_r = 0, 1, \cdots, \infty)$$

があると考えられる．r番目の準位は特性関数の因子

$$\sum_{n_r=0}^{\infty} \mathrm{e}^{-zn_r\varepsilon_r} = (1-\mathrm{e}^{-z\varepsilon_r})^{-1} \qquad (\varepsilon_r = 2\pi\tan\frac{\pi r}{2N})$$

の寄与をするからである．励起は粒子数に制限のないボーズ統計に従う（$n_r = 0, 1, \cdots, \infty$）．準位の数は格子の粒子数 $2N$ の半分（$r = 1, 2, \cdots, N$）である．非線形格子の励起がこのような重畳原理にしたがうのはなぜか．

これらの点が解明されないので，とりあえず(8)式を数値的に確かめることにした．

(8)式の右辺の値 $[\prod_{r=1}^{N}\{1-\exp(-2\pi z\tan\frac{\pi r}{2N})\}]^{-1/2N}$					(4)式の値 $\sqrt{\frac{z}{2\pi}}Q(z)$
	$N=9$	$N=18$	$N=45$	$N=90$	
$z=1$	1.030	1.048	1.064	1.072	1.084
$z=2$	1.007	1.016	1.027	1.033	1.042
$z=3$	1.002	1.007	—	—	1.030

収束はあまりよくない．ことに大きな z の値をこの無限乗積で計算するのは困難である．しかし，いずれにせよ(8)式は数値的に確かめられたといってよいであろう．

文献

1) E. T. Whittaker and G. N. Watson, *A Course of Modern Analysis,* (1927) p. 251.

二次元戸田格子のBessel関数的な解

横浜国大・工　斉藤　革子，滝澤　英一

京都工繊大・工芸　武　野　正　三

§1. 序

二次元戸田格子のStaticな運動は，円筒対称座標で，動径方向に関して，

$$f_n\left(\frac{\mathrm{d}^2 f_n}{\mathrm{d}\rho^2} + \frac{1}{\rho}\frac{\mathrm{d}f_n}{\mathrm{d}\rho}\right) - \left(\frac{\mathrm{d}f_n}{\mathrm{d}\rho}\right)^2 - [f_{n+1}f_{n-1} - f_n^2] = 0 \tag{1}$$